

Konrad-Zuse-Zentrum
für Informationstechnik Berlin

Takustraße 7
D-14195 Berlin-Dahlem
Germany

RALF BORNDÖRFER BASTIAN DITTBRENNER
ANDREAS LANGENHAN STEPHAN SEIDL STEFFEN WEIDER

Integrierte Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung zur Erhöhung der Fahrerzufriedenheit

Herausgegeben vom
Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin
Takustraße 7
D-14195 Berlin-Dahlem

Telefon: 030-84185-0
Telefax: 030-84185-125

e-mail: bibliothek@zib.de
URL: <http://www.zib.de>

ZIB-Report (Print) ISSN 1438-0064
ZIB-Report (Internet) ISSN 2192-7782

Integrierte Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung zur Erhöhung der Fahrerzufriedenheit

Ralf Borndörfer

Zuse-Institut Berlin, Takustr. 7, 14195 Berlin, Tel. +49-30-84185-243, Fax. +49-30-84185-269,
E-Mail: borndorfer@zib.de

Bastian Dittbrenner

IVU Traffic Technologies AG, Bundesallee 88, 12161 Berlin, Tel. +49-30-85906-453, Fax. +49-30-85906-111, Email: badi@ivu.de

Andreas Langenhan

IVU Traffic Technologies AG, Bundesallee 88, 12161 Berlin, Tel. +49-30-85906-514, Fax. +49-30-85906-111, Email: al@ivu.de

Stephan Seidl

Zuse-Institut Berlin, Takustr. 7, 14195 Berlin, Tel. +49-30-84185-419, Fax. +49-30-84185-269,
E-Mail: seidl@zib.de

Steffen Weider

Zuse-Institut Berlin, Takustr. 7, 14195 Berlin, Tel. +49-30-84185-288, Fax. +49-30-84185-269,
E-Mail: weider@zib.de

Kurzfassung

Wir stellen einen mathematischen Optimierungsansatz zur integrierten Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung im öffentlichen Nahverkehr vor, mit dem sich bei konstanten Personalkosten die Fahrerzufriedenheit deutlich steigern lässt.

1 Einleitung

Die *Dienst-* und *Dienstreihenfolgeplanung* sind die beiden Teilschritte des Planungsprozesses im öffentlichen Nahverkehr, die den Personaleinsatz bestimmen [1]. In der *Dienstplanung* werden die (aus der vorgelagerten Umlaufplanung resultierenden) Fahrttätigkeiten für einen gegebenen Verkehrstag mit einer Menge an Tagesdiensten für die Fahrer überdeckt. In der *Dienstreihenfolgeplanung* werden daraus *Dienstreihenfolgen* zusammengestellt, d.h. Abfolgen von Diensten über einen Planungshorizont von mehreren Wochen. Wie die Dienste müssen auch die Dienstreihenfolgen einem umfangreichen Regelwerk genügen, insbesondere den Bestimmungen des Arbeitszeitgesetzes.

Aufgrund der hohen Komplexität der Dienst- und der Dienstreihenfolgeplanung werden diese beiden Planungsschritte traditionell *sequentiell* ausgeführt. Das hat den Nachteil, dass die erzeugten Tagesdienste im Allgemeinen keine optimale Ausgangsbasis für die Dienstreihenfolgeplanung darstellen, d.h. das Problem der *integrierten Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung*

wird sequentiell nicht optimal gelöst. Da die deutschen Nahverkehrsbetriebe durchschnittlich etwa 50% ihrer operativen Kosten für Personal aufwenden [10, 11], liegt hier ein großes, noch weitgehend ungenutztes Potenzial.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist der Ausgleich zwischen der *Kostenminimierung*, die normalerweise bei der Dienstplanung im Vordergrund steht, und der *Fahrerzufriedenheit*, die sich in besonderem Maße an der Dienstreihenfolge fest macht. Viele Verkehrsunternehmen kämpfen derzeit mit Nachwuchsproblemen. Bei den Berliner Verkehrsbetrieben beträgt z.B. das Durchschnittsalter der Busfahrer mittlerweile fast 50 Jahre [8]. Da die Spielräume für Gehaltssteigerungen begrenzt sind, wird es umso wichtiger, möglichst gute Arbeitsbedingungen zu bieten, um als Arbeitgeber attraktiv zu bleiben. Damit rückt die Fahrerzufriedenheit als Zielkriterium immer stärker in den Vordergrund. Idealerweise soll ein Dienstreihenfolgeplan bestimmt werden, der die Fahrerzufriedenheit maximiert, ohne wesentliche Zusatzkosten zu verursachen. Um dieses Ziel zu erreichen, müssen die eng zusammenhängenden Probleme der Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung integriert gelöst werden.

2 Planungsprozeß im ÖPNV

Der Personalplanungsprozeß im ÖPNV erfolgt je nach Verkehrsunternehmen in verschiedenen Schritten [7]. Im ersten Schritt werden aber immer *Fahrdienste* geplant. Ein Fahrdienst ist eine Abfolge von Tätigkeiten und Pausen, die ein Fahrer an einem Betriebstag durchführen kann. Ein Fahrdienst muss gesetzlichen Regeln, wie z.B. dem Arbeitszeitgesetz und der Lenkzeitverordnung, tariflichen und betrieblichen Regeln genügen [4].

Die zu verplanenden *Tätigkeiten* sind die Fahrgast- und Leerfahrten eines Umlaufplans sowie ergänzende Tätigkeiten, die z.B. beim Fahrerwechsel oder am Anfang und Ende eines Umlaufs durchgeführt werden. Ein *Betriebstag* ist eine Zusammenfassung von Tagen mit denselben zu verplanenden Tätigkeiten und Regeln. Typischerweise gibt es unterschiedliche Betriebstage für Werktage, Wochenenden und Feiertage, da sich an diesen Tagen die Fahrpläne erheblich unterscheiden. Die Fahrdienste müssen am Ende des Planungsprozesses konkreten Fahrern an bestimmten Kalendertagen zugeordnet sein, so dass alle Regeln eingehalten werden.

Als Zwischenschritt erzeugen viele Verkehrsunternehmen einen *Dienstreihenfolgeplan* über einen bestimmten Planungshorizont (z.B. 4 oder 8 Wochen), in dem die Fahrdienste anonymen Fahrern zugeordnet werden. Ein Dienstreihenfolgeplan wird typischerweise tabellarisch als Gantt-Chart dargestellt. Bild 1 zeigt eine Sicht des Systems IVU.plan. Dort werden in jeder Zeile die Dienste eines Fahrers für den betrachteten Planungszeitraum aufgelistet. Die Anzahl der Zeilen entspricht damit der Anzahl der benötigten Fahrer. Die Dienstreihenfolgen sind hier noch anonym, d.h. es werden weder aufgelaufene Arbeitszeitkontostände noch Qualifikationen oder Abwesenheitszeiten berücksichtigt. Den Dienstreihenfolgen müssen im nächsten Planungsschritt konkrete Fahrer zugeordnet werden; dies ist aber nicht Thema dieser Arbeit.

Bei der Dienstreihenfolgeplanung sind *Vorschriften* über tägliche und wöchentliche Ruhezeiten zu beachten, die in der EU-Verordnung 561/2006 über Lenk- und Ruhezeiten [6] und der "Deutschen Fahrpersonalverordnung" [5] festgelegt sind. Diese besagen vor allem, dass zwischen zwei Fahrdiensten mindestens 11 Stunden Ruhezeit liegen muss. Außerdem muss in jeder Woche mindestens einmal eine zusammenhängende Ruhezeit von 48 Stunden gewährt werden. Diese darf auf 24 Stunden verkürzt werden, die Verkürzung muss dann aber in einem bestimmten Zeitraum ausgeglichen werden.

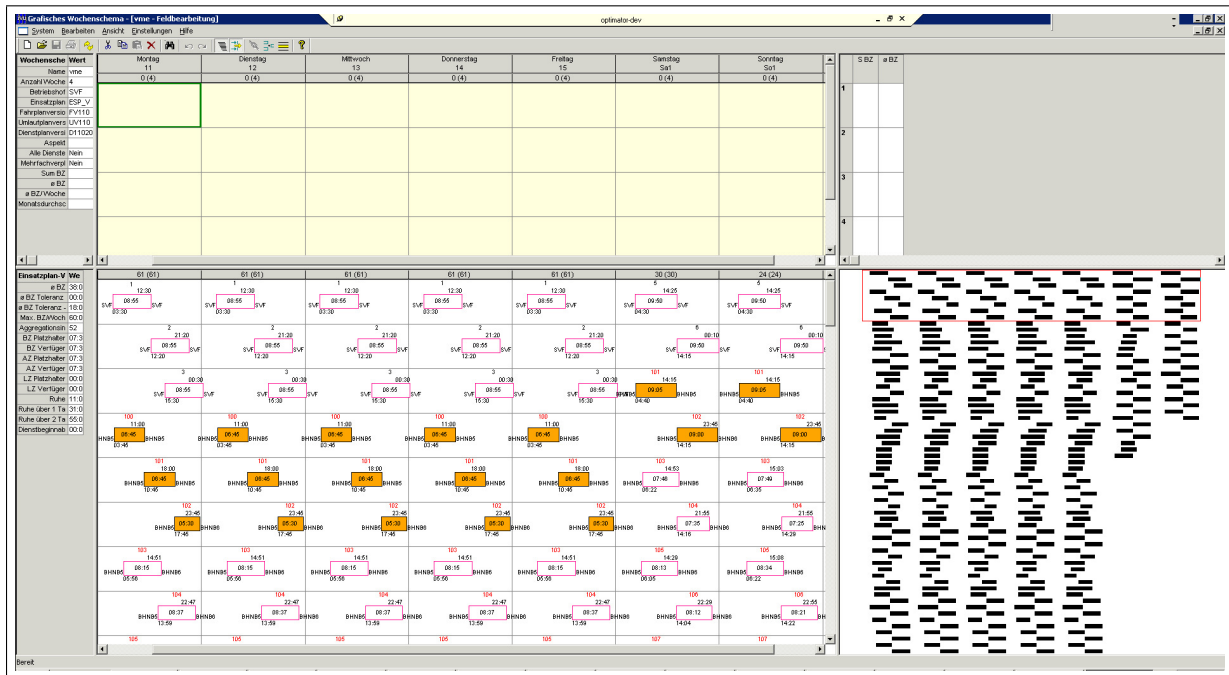


Bild 1: Tabellarischer Dienstreihenfolgeplan.

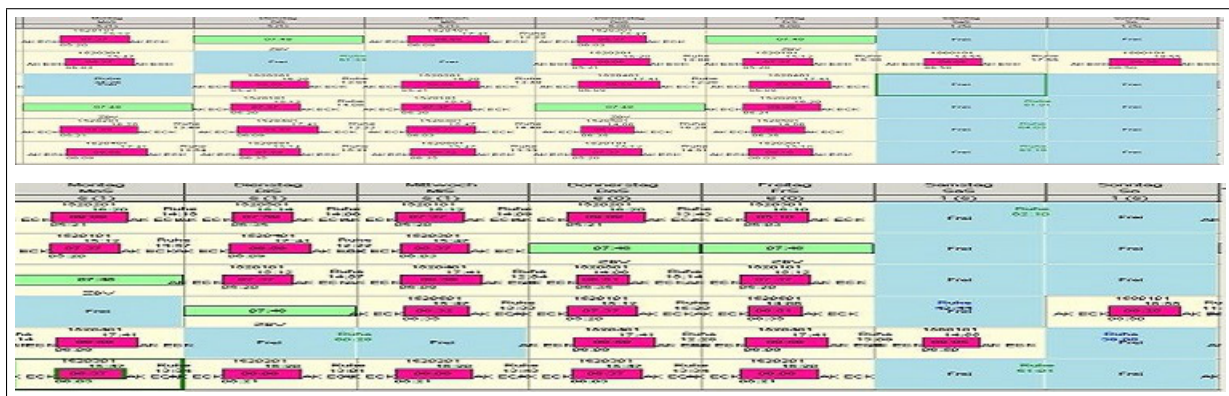


Bild 2: Wochenenddienste unzusammenhängend versus zusammenhängend.

Das *Ziel* der Dienstreihenfolgeplanung ist es, in jeder Woche möglichst wenig von einer vorgegebenen *durchschnittlichen bezahlten Arbeitszeit* abzuweichen (also möglichst wenige Über- und Minusstunden zu planen) und die *freien Wochenenden* günstig zu verteilen. Bild 2 zeigt als Beispiel eine Dienstreihenfolge über 7 Tage mit zusammenhängenden Wochenenddiensten (oben) im Vergleich zu einer Lösung, bei der Dienste über mehrere Wochenenden verteilt sind (unten). Die obere Lösung wird meist von den Mitarbeitern favorisiert, die untere von Arbeitsmedizinern. Jeder Betrieb muss für solche Zielkonflikte die für ihn beste Lösung finden. Es gibt über diese Beispiele hinaus natürlich noch viele weitere Ziele wie z.B. die Vermeidung isolierter Dienste wie in Bild 3 illustriert. All diese Ziele und Regeln können und müssen von den Verkehrsbetrieben in detaillierter Form berücksichtigt werden, wir wollen uns aber hier auf die wesentlichen Aspekte beschränken.

In der Praxis treten auch noch andere *Varianten der Dienstreihenfolgeplanung* als die oben beschriebene auf. So kann z.B. in einem Zwischenschritt die sogenannte *Freifolge* (Folge der freien Tage) festgelegt werden, bevor auf dieser Basis Dienstreihenfolgen geplant werden. Häufig wird auch ein zyklischer Dienstreihenfolgeplan als sogenanntes *Wochenschema* gebil-

eine zyklische Verteilung freier Tage. Auf diese Weise werden bereits einige Dienstreihenfolgeeregeln wie etwa die minimale Anzahl an freien Tagen pro Woche (in diesem Fall ein Tag) erfüllt. Die erzeugten Dienstreihenfolgen sind aber nicht zyklisch.

Wir verfolgen in dieser Arbeit eine ähnliche Idee, die ebenfalls auf einer Benders-Dekomposition der integrierten Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung basiert. Abgesehen davon, dass wir keine Optimierung von Fahrzeugumläufen betrachten, unterscheidet sich unser Ansatz vom oben beschriebenen dadurch, dass wir die Dienstreihenfolgeplanung nicht auf Basis von Diensten, sondern auf Basis von Dienstschablonen durchführen.

Dienstschablonen sind Mengen oder Klassen von Diensten, die durch Eigenschaften charakterisiert sind, die für die Dienstreihenfolgeplanung als relevant angesehen werden, siehe auch [3]. Typische Attribute einer Dienstschablone sind die Festlegung von Zeitfenstern für Dienstbeginn, -ende oder Dienstdauer oder eine Überdeckung bestimmter Tätigkeiten. "Frühdienst" ist z.B. eine (sehr grobe) Dienstschablone.

Unsere Idee ist, die *Dienstreihenfolgeplanung auf Basis von Dienstschablonen* durchzuführen, d.h. unsere Dienstreihenfolgen sind Reihenfolgen von Dienstschablonen. Dies hat den Vorteil, dass wir durch die Zusammenfassung von Diensten in Schablonen in der Dienstreihenfolgeplanung auf die für diesen Planungsschritt relevante Information fokussieren. Wir erreichen dadurch eine wesentliche Verkleinerung des Optimierungsmodells, da zum einen die Anzahl der möglichen Dienstreihenfolgen wesentlich geringer ist und zum anderen die Anzahl der Koppelungsbedingungen von der Anzahl der Dienste auf die Anzahl der Dienstschablonen reduziert wird. Das erlaubt die Lösung von größeren und komplexeren Szenarien. Dieser Vorteil wird natürlich durch eine gewisse Unschärfe in der Planung und durch eine Abhängigkeit des Ergebnisses von der Konstruktion der Schablonen erkauft. Insbesondere müssen die Dienstreihenfolgen in einem nachgelagerten Schritt noch mit konkreten Diensten unterlegt werden. Je nachdem, wie die Schablonen konstruiert werden, verhält sich das Modell dabei eher optimistisch oder eher konservativ. Wir verwenden in diesem Artikel zur Repräsentation einer Schablone einen konkreten Dienst, der die Eigenschaften der Dienste in der Schablone "möglichst gut repräsentiert". Es hat sich gezeigt, dass die Unterlegung dieser Durchschnittsdienste mit konkreten Diensten in der Praxis unkritisch ist.

Die eigentliche Lösung des integrierten Modells zur Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung erfolgt mit Hilfe einer *Benders-Dekomposition*. Dabei werden die beiden Teilprobleme des Modell abwechselnd mehrmals hintereinander gelöst:

- für einen gegebenen Dienstplan wird das (duale) Problem der Dienstreihenfolgeplanung auf Basis von Schablonen als sogenanntes Subproblem gelöst; es liefert Bedingungen, sogenannte Benders-Schnittebenen, für den nächsten zu berechnenden Dienstplan,
- das Dienstplanungsproblem, ergänzt um die berechneten Benders-Schnittebenen zur Antizipation der Anforderungen aus der Dienstreihenfolgeplanung, wird als sogenanntes Masterproblem gelöst.

Dieser Prozess wird im Gesamtverfahren iteriert. Durch die Benders-Schnittebenen wird Information von der Dienstreihenfolgeplanung zur Dienstplanung transportiert, mit der die Lösungen der beiden Planungsprobleme zu einer optimalen Gesamtlösung synchronisiert werden. Diese Benders-Schnittebenen kann man als auf numerische Weise systematisch bestimmte Dienstmixbedingungen sehen, wie sie prinzipiell auch bei der manuellen Abstimmung verwendet werden.

Als Solver für das Master- und das Subproblem verwenden wir zwei Optimierungskomponenten aus der IVU.plan-Familie [13]. Die Dienstreihenfolgeplanung wird von dem Wochenschema-Optimierer WS-OPT gelöst, genauer gesagt mit einer Spezialversion für azyklische Planung, die auch zulässige Dualvariablen erzeugt. Das Masterproblem der Dienstplanoptimierung wird mit dem Optimierer DS-OPT gelöst [2]. Dieses System behandelt allgemeine Benders-Schnittebenen mit Hilfe einer Lagrange-Relaxierung. Wir müssen in unserem Verfahren daher (unabhängig von anderen Problemen) mit dem Auftreten einer Dualitätslücke rechnen. Dafür dekomponiert das Dienstplanungsproblem bei unserem Ansatz nach Betriebstagen und kann parallel gelöst werden.

4 Mathematisches Modell

Wir schlagen folgende Formulierung des Problems der integrierten Dienst- und Dienstreihenfolgeproblems als ganzzahliges Programm auf Basis von Dienstschaablonen vor:

$$\begin{aligned}
 \text{(ISP)} \quad & \min \quad \sum_{d \in \mathcal{D}} c_d x_d + z \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{d \ni t} x_d = 1, \quad \forall t \in T, \quad (1) \\
 & \sum_{d \in \mathcal{D}} M_{bd} x_d \leq r_b, \quad \forall b \in \mathcal{M}, \quad (2) \\
 & \sum_{r \in \mathcal{R}} f_r y_r = z \quad (3) \\
 & \sum_{r \ni d(s)} y_r = \sum_{d \in s} x_d, \quad \forall s \in \mathcal{S}, \quad (4) \\
 & \sum_{r \in \mathcal{R}} N_{br} y_r \leq q_b \quad \forall b \in \mathcal{N}, \quad (5) \\
 & y_r \in \mathbb{N}, \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (6) \\
 & x_d \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in \mathcal{D}. \quad (7)
 \end{aligned} \tag{1}$$

Dabei bezeichnet T die Menge der zu verplanenden Tätigkeiten, $\mathcal{D}$ die Menge der zulässigen Dienste und $\mathcal{M}$ eine Menge von sogenannten *Dienstmixbedingungen*. Mit Binärvariablen x_d für die Verwendung von Dienst $d \in \mathcal{D}$ stellt (ISP) (1,2,7) zusammen mit den Dienstkosten c in der Zielfunktion ein Standard-Set-Partitioning-Modell (DSP) zur Dienstplanoptimierung dar. Die Bedingungen (ISP) (1) garantieren, dass jede Tätigkeiten genau einmal durchgeführt wird, mit den Mixbedingungen (ISP) (2) kann man die Verteilung der Dienstarten, gewünschte durchschnittliche bezahlte Zeiten etc. steuern.

Analog bezeichnet $\mathcal{S}$ eine Menge von (Dienst-)Schablonen zur Bildung von Dienstreihenfolgen, $\mathcal{R}$ die Menge der zulässigen Dienstreihenfolgen und $\mathcal{N}$ eine Menge von Mixbedingungen für Dienstreihenfolgen. Mit ganzzahligen Variablen y_r für die Anzahl der Verwendungen der Dienstreihenfolge $r \in \mathcal{R}$ und den zugehörigen Kosten f stellt (ISP) (3-6) ein Modell (RSP) zur Dienstreihenfolgeplanung dar, das abgesehen von Schablonen ebenfalls Standard ist. Die Schablonen werden in den Kopplungsbedingungen (ISP) (4) eingesetzt, um mit Hilfe eines *Dienstrepräsentanten* $d(s) \in s \subseteq \mathcal{D}$ sicherzustellen, dass die richtige Anzahl an Dienstreihenfolgen gebildet wird, um alle Dienste aus Schablone s abzudecken. Dazu wird ein Repräsentant ggf. mehrfach verwendet. Damit dies funktioniert, muss die Menge der Schablonen die Menge der Dienste partitionieren, d.h. jeder Dienst muss in genau einer Schablone enthalten sein.

Wählt man für jeden Dienst eine eigene Schablone, d.h. $\mathcal{S} = \mathcal{D}$, dann stellt (ISP)($\mathcal{S} = \mathcal{D}$) ein exaktes Modell zur integrierten Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung, das dem Ansatz von Mesquita, Moz, Paias und Pato [12] ohne den dort noch zusätzlich betrachteten Umlaufplanungsteil entspricht. Das Hauptproblem an diesem Ansatz ist die große Anzahl an Kopplungsbedingungen (ISP) (4). Von diesen gibt es eine Gleichung je möglichem Dienst. Da die Anzahl der Dienste asymptotisch exponentiell mit der Anzahl der zu verplanenden Tätigkeiten wächst, entstehen bei Problemen üblicher Größe schnell Millionen oder Milliarden von Ungleichungen. In Kombination mit der ebenfalls exponentiell wachsenden Anzahl an Variablen heißt das, dass dieses Modell in der Praxis nur für kleine Instanzen lösbar ist.

Die Verwendung von Dienstschablonen kann die Anzahl der Kopplungsbedingungen im Vergleich zum exakten Modell erheblich reduzieren. Anstelle von einer Gleichung je Dienst wird nur noch eine Gleichung je Schablone benötigt. Der Preis für diese Komplexitätsreduktion ist natürlich, dass die Qualität des Modells stark von der Wahl der Schablonen und ihrer Repräsentanten abhängt.

5 Benders-Dekomposition

Zur Lösung des Modells (ISP) bietet sich eine Dekomposition nach Benders an. Damit lässt sich ein integriertes Optimierungsproblem lösen, indem man es in seine Teilprobleme zerlegt und diese in geeignet modifizierter Form abwechselnd mehrfach hintereinander löst. Im Iterationsprozess werden die Lösungen der Teilmodelle durch den Austausch von Informationen synchronisiert. In unserem Fall wird das Ergebnis einer Dienstplanoptimierung in das Teilmodell zur Dienstreihenfolgeplanung eingespeist, um dort sogenannte Benders-Schnittebenen abzuleiten. Diese Benders-Schnittebenen steuern das Dienstplanungsmodell als numerische Dienstmischbedingungen. Damit wird ein neuer Dienstplan berechnet usw., bis das Modell konvergiert.

Zur Ableitung der Benders-Schnittebenen wird die LP-Relaxierung des Untermodells (RSP) zur Dienstreihenfolgeplanung in dualisierter Form als *Benders-Subproblem* betrachtet:

$$\begin{aligned}
 (\text{DRSP}) \quad & \max \quad \sum_{s \in \mathcal{S}} \lambda_s \sum_{d \in s} x_d + \sum_{b \in \mathcal{N}} \mu_b q_b = z \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{r \ni d(s)} \lambda_s + \sum_{b \in \mathcal{N}} \mu_b N_{br} \leq f_r, \quad \forall r \in \mathcal{R}, \\
 & \infty \geq \lambda_s \geq -\infty, \quad \forall s \in \mathcal{S}, \\
 & \mu_q \geq 0, \quad \forall q \in \mathcal{N}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Dieses LP ist äquivalent zu

$$(\text{DRSP}) \quad \max \quad \sum_{s \in \mathcal{S}} \lambda_s \sum_{d \in s} x_d + \sum_{b \in \mathcal{N}} \mu_b q_b = z, \quad \forall (\lambda, \mu) \in J, \tag{3}$$

wobei J die Menge der Ecken des polyedrischen Zulässigkeitsbereiches von (DRSP) ist. Man beachte, dass in unserem Fall der Zielfunktionswert von (DRSP) beschränkt ist, da das Modell (RSP) so konstruiert wird, dass es immer eine zulässige Lösung hat.

Einsetzen von z in (ISP) liefert das *Benders-Masterproblem*

$$\begin{aligned}
 (\text{BDSP}) \quad & \min \sum_{d \in \mathcal{D}} c_d x_d + z \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{d \ni t} x_d = 1, \quad \forall t \in T, \quad (1) \\
 & \sum_{d \in \mathcal{D}} M_{bd} x_d \leq r_b, \quad \forall b \in \mathcal{M}, \quad (2) \\
 & \sum_{s \in \mathcal{S}} \lambda_s \sum_{d \in s} x_d + \sum_{b \in \mathcal{N}} \mu_b q_b \leq z, \quad \forall (\lambda, \mu) \in J, \quad (3) \\
 & x_d \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in \mathcal{D},
 \end{aligned} \tag{4}$$

mit den Benders-Schnittebenen (BDSP) (3). Wenn man diese alle auf einen Schlag berechnen könnte, bräuhete man nur eine Iteration, um einen optimal auf die Dienststreiherfolgeplanung (genauer: deren LP-Relaxierung) abgestimmten Dienstplan zu berechnen.

Effizienter als eine vollständige Enumeration aller Ecken ist eine iterative Bestimmung der relevanten Benders-Schnittebenen mit Hilfe eines Schnittebenenverfahrens. Dazu arbeitet man mit einer Teilmenge der Benders-Schnittebenen, initial mit der leeren Menge. Die Lösung des Subproblems (DRSP) für diese Teilmenge J ist dann eine untere Schranke für den optimalen Zielfunktionswert, und (BDSP) bzgl. J eine Relaxierung des Masterproblems. Durch die Lösung des Subproblems wird in jeder Iteration festgestellt, ob es noch verbesserende Benders-Schnittebenen gibt; falls ja, werden diese hinzugefügt.

Die Benders-Schnittebenen haben fast die gleiche Form wie Mixbedingungen, so dass man grundsätzlich ein Verfahren zur Dienstplanoptimierung direkt zur Lösung des Masterproblems verwenden kann. Aus technischen Gründen ist unser Dienstoptimierungsalgorithmus aber derzeit nicht zur Behandlung beliebiger Mengen von Benders-Schnittebenen geeignet. Wir verwenden daher eine Lagrange-Relaxierung der Benders-Schnittebenen [9]:

$$\begin{aligned}
 (\text{LDSP}) \quad & \min \sum_{d \in \mathcal{D}} c_d x_d + \max_{\kappa_j \geq 0, \sum_{j \in J} \kappa_j = 1} \sum_{j \in J} \kappa_j \left(\sum_{s \in \mathcal{S}} \lambda_s^j \sum_{d \in s} x_d + \sum_{b \in \mathcal{N}} \mu_b^j q_b \right) \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} x_d = 1, \quad \forall t \in T, \\
 & \sum_{d \in \mathcal{D}} M_{bd} x_d \leq r_b, \quad \forall b \in \mathcal{M}, \\
 & x_d \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in \mathcal{D}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Durch eine Berechnung der optimalen Lagrange-Multiplikatoren κ_j^* vereinfacht sich dieses Problem zu einem Modell, das genau die Form eines Dienstplanungsproblems (DSP) hat:

$$\begin{aligned}
 (\text{LDSP}) \quad & \min \sum_{d \in \mathcal{D}} (c_d + \gamma_d) x_d + k \\
 \text{s.t.} \quad & \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} x_d = 1, \quad \forall t \in T, \\
 & \sum_{d \in \mathcal{D}} M_{bd} x_d \leq r_b, \quad \forall b \in \mathcal{M}, \\
 & x_d \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in \mathcal{D}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Hierbei ist

$$k = \sum_{j \in J} \kappa_j^* \sum_{b \in \mathcal{N}} \mu_b^j q_b \quad \text{und} \quad \gamma_d = \sum_{j \in J} \kappa_j^* \sum_{s \ni d} \lambda_s^j. \tag{7}$$

Die optimalen Lagrange-Multiplikatoren κ^* lassen sich mit verschiedenen Verfahren bestimmen, z.B. mit einem Bündel- oder Subgradientenverfahren. Dies erfordert allerdings einigen Rechenaufwand. Brauchbare Näherungslösungen lassen sich aber auch einfach erraten. Wir verwenden in diesem Artikel eine einfache Durchschnittsgewichtung $\kappa_j^* = 1/|J|$, siehe auch Abschnitt 6.

Damit sind alle Komponenten unseres Algorithmus beschrieben. Am Ende der Benders-Iteration muss natürlich noch der aus Schablonen gebildete Dienstreihenfolgeplan mit den bei der letzten Dienstplanoptimierung bestimmten Diensten unterlegt werden (was hoffentlich klappt). Insgesamt schlagen wir den folgenden Algorithmus 1 zur näherungsweisen Lösung des Modells (ISP) mit Hilfe des beschriebenen Benders-Dekompositions-Verfahren vor:

Algorithmus 1 Lagrange-relaxierte Benders-Dekomposition mit Schablonen.

Input: Die Mengen $\mathcal{T}, \mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{D}, \mathcal{S}$ und $\mathcal{R}$. Eine Funktion $r : \mathcal{S} \rightarrow \mathcal{D}$.

Output: Eine zulässige Lösung x^*, y^* von (ISP).

$i \leftarrow 1, J \leftarrow \emptyset$

Sei γ der Nullvektor und $k = 0$.

repeat

 Löse (LDSP), Sei x^i die Lösung.

 Löse (DRSP) mit $\mathcal{D}^* = \{r(s) : d \in s \wedge x_d^i = 1\}$.

 Sei (λ^i, μ^i) eine Lösung von (DRSP).

 Ist $(\lambda^i, \mu^i) \in J$, brich ab.

 Rate κ^* .

 Berechne k und γ .

$i \leftarrow i + 1$

until ende.

Löse (RSP) mit der besten Menge von Diensten $\mathcal{D}^*$. Sei y^* die Lösung von (RSP).

$x^* \leftarrow x^i$.

6 Rechenergebnisse

Wir testen unser Verfahren an zwei realen Planungsszenarien eines großen städtischen deutschen Verkehrsbetriebes. Diese Szenarien enthalten jeweils drei verschiedene Betriebstage: Einen Betriebstag, der für die Wochentage Montag bis Freitag gültig ist, den Betriebstag Samstag und den Betriebstag Sonntag. Tabelle 1 enthält einige Kennzahlen zu den Szenarien: Die Anzahl Dienstelemente je Betriebstag, die Anzahl der jeweils benötigten Dienste in der sequentiellen Lösung und die Rechenzeit in Minuten:Sekunden für die Lösung des zugehörigen Dienstplanungsproblems (ohne Benders-Schnittebenen).

Tabelle 1: Planungsszenarien klein und groß.

Szenario Betriebstag	klein				groß			
	Mo-Fr	Sa	So	Σ	Mo-Fr	Sa	So	Σ
Dienstelemente	297	174	113	1.745	711	424	367	4.346
Dienste	27	15	11	164	64	37	33	390
Laufzeit Dienstplanung mm:ss	0:21	0:04	0:09	–	16:58	5:49	7:14	–

Wir führen in unseren Rechnungen jeweils 30 Benders-Iterationen durch, d.h. es werden für jedes Szenario jeweils 30 Dienstplanoptimierungen und 30 Dienstreihenfolgeoptimierungen ausgeführt. Die Dienstplanungsprobleme werden voneinander unabhängig für die einzelnen Wochentage gelöst. Der Planungszeitraum für die Dienstreihenfolgeplanung beträgt 3 Wochen, d.h. jeder Dienst muss 3 mal verplant werden. Die Lagrange-Multiplikatoren κ für die Benders-Schnittebenen im Masterproblem werden so gewählt, dass alle Benders-Cuts das selbe Gewicht erhalten. Das hat in unseren Tests die besten Ergebnisse erzielt.

Unsere Szenarien beinhalten für das Teilproblem der Dienstreihenfolgeplanung folgende wesentliche Kostenfaktoren:

- **Kosten pro Zeile:** Jede Zeile (d.h. jeder Mitarbeiter) hat einen Kostenfaktor von 2 Einheiten.
- **Überschreitung der wöchentlichen Arbeitszeit:** Es soll jede Woche 39 Stunden gearbeitet werden. Überschreitungen werden mit 0,7 Einheiten pro Stunde, Unterschreitungen mit 1,5 Einheiten je Stunde bestraft.
- **Isolierte Dienste:** Es sollen mindestens zwei Tage mit Diensten aufeinanderfolgen, jede Unterschreitung, d.h. jeder Tag mit einem Dienst, vor und nach dem ein Tag frei ist, wird mit 1 Einheit bestraft.
- **Zusammenhängende Wochenenden:** Ein Wochenende soll entweder komplett frei sein oder beiden Tagen sollen Dienste zugewiesen sein. Eine Verletzung dieser Regel kostet 2,5 Einheiten.

Die Anzahl der benötigten Zeilen in einem Dienstreihenfolgeplan ist im wesentlichen durch die Arbeitszeit in den zu verplanenden Diensten und die Vorgabe der wöchentlichen Arbeitszeit festgelegt. Es kann natürlich passieren, dass die wöchentliche Arbeitszeit aus planerischen Gründen nicht erreicht werden kann, dann werden mehr Zeilen benötigt. Eine Reduzierung des Zielfunktionswertes der Dienstreihenfolgeplanung kann daher hauptsächlich durch Reduktion der anderen Kostenfaktoren erreicht werden.

Tabelle 2: Ergebnisse keines und großes Szenario.

Szenario	klein			groß	
	sequentiell	exakt	Schablonen	sequentiell	Schablonen
Zielfunktionswert	491,64	465,63	474,12	1198,32	1155,28
Dienstplan	296,74	296,93	297,22	721,00	720,87
Dienstreihenfolge	194,9	168,70	176,90	477,32	434,41
Zeilen	34	33	35	81	81
Arbeitszeitunterschreitung	26,5	25,7	26,5	62,7	63,2
isolierte Dienste	4	–	–	5	6
unzus. Wochenenden	26	18	20	68	50
Laufzeit hh:mm	01:50	61:19	09:00	22:00	128:41

Tabelle 2 stellt die Ergebnisse dar. Die Spalten 2 bis 4 sind für das kleine Szenario. Die Spalte "sequentiell" enthält die Resultate einer klassischen sequentiellen Planung: Es wurde erst eine Dienstplanung und dann eine Dienstreihenfolgeplanung durchgeführt. Die Spalte "exakt" enthält die Ergebnisse für eine exakte Kopplung, d.h. es wurde nicht auf Basis von Schablonen,

sondern auf Basis einzelner Dienste gekoppelt. Die Spalte "Schablonen" enthält die Resultate unseres Benders-Dekompositions-Algorithmus 1 auf Basis von Schablonen. Als Schablonen wurden dabei Dienstmengen gewählt, die durch ein gemeinsames Start- und Endzeitfenster charakterisiert sind. Dazu wurde der zu planende Betriebstag in Zeitfenster von 2 Stunden Länge unterteilt. Eine Schablone s wird dann definiert durch ihr Startzeitintervall $i_1(s)$ und ihr Endzeitintervall $i_2(s)$, d.h. es gehören alle Dienste zur Schablone s , die im Intervall $i_1(s)$ beginnen und im Intervall $i_2(s)$ enden. Es gibt damit maximal 66 verschiedene Schablonen je Tag, maximal 462 Schablonen für eine Woche und maximal 1.386 Schablonen für den Planungshorizont von 3 Wochen. Als Repräsentanten $d(s)$ für eine Schablone s wählen wir einen Dienst, der in der Mitte des Intervalls $i_1(s)$ beginnt und in der Mitte des Intervalls $i_2(s)$ endet. Schablonen, die nur die Startzeit eines Dienstes berücksichtigen, haben sich nicht bewährt.

Die Zeile "Zielfunktionswert" enthält die Summe der Zielfunktionswerte des Dienstplanungs- und des Dienstreihenfolgegeteils des Gesamtproblems. Die folgenden zwei Zeilen enthalten die Zielfunktionswerte der Teilprobleme. Dann folgen vier Zeilen mit charakteristischen Kennzahlen der Dienstreihenfolgepläne entsprechend den beschriebenen Kostenbestandteilen. Die Zeile "Laufzeit" enthält die Gesamtlaufzeit in Stunden:Minuten.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die integrierte Planung bei praktisch unveränderten Dienstplanungskosten deutlich bessere Ergebnisse in der Dienstreihenfolgeplanung liefert als die sequentielle Planung, wobei der größte Teil der Verbesserung aus der Reduktion der nicht zusammenhängenden Wochenenddienste stammt. Die exakte Kopplung liefert etwas bessere Ergebnisse als die schwächere Kopplung der Teilprobleme über Schablonen. Dies wird leider mit erheblich höheren Rechenzeiten erkauft.

Die Ergebnisse für das große Szenario sind vergleichbar mit dem kleineren. Wir haben jedoch die Rechnungen für die exakte Kopplung nicht durchgeführt, da die erwartete Laufzeit (ca. 30mal die Laufzeit des sequentiellen Problems) mit ca. 25 Tagen zu groß war.

Die Abbildungen 4 und 5 visualisieren die finalen Dienstreihenfolgepläne für das kleine Szenario. Die blauen Kästchen stellen die verplanten Dienste dar. Die gelben Balken sind die Wochenruhezeiten. Rote Balken sind Wochenruhezeiten für Wochenenden, an denen ein Tag gearbeitet wird. Jede Zeile entspricht dem Einsatz eines Mitarbeiters über drei Wochen. Man erkennt eine deutliche Reduktion dieser unzusammenhängenden Wochenenden in der integrierten Lösung im Vergleich zur sequentiellen Lösung. Das ist genau das Resultat, das man erreichen möchte.

7 Fazit

Bei Einsatz entsprechender Rechenressourcen ist es möglich, bestehende Optimierungskomponenten zur Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung durch intelligente iterierte Anwendung automatisch so aufeinander abzustimmen, dass ein insgesamt wesentlich besseres Planungsergebnis erzielt werden kann und eine manuelle Abstimmung entfällt. Im hier betrachteten Fall der integrierten Dienst- und Dienstreihenfolgeplanung konnte die Fahrerezufriedenheit deutlich erhöht werden, ohne dass Mehrkosten in der Dienstplanung anfallen. Wir hoffen, dass sich diese Ergebnisse auf weitere Probleme in der Planungskette übertragen lassen. Auf diese Weise können nochmals erhebliche Verbesserungspotenziale im ÖPNV gehoben werden.

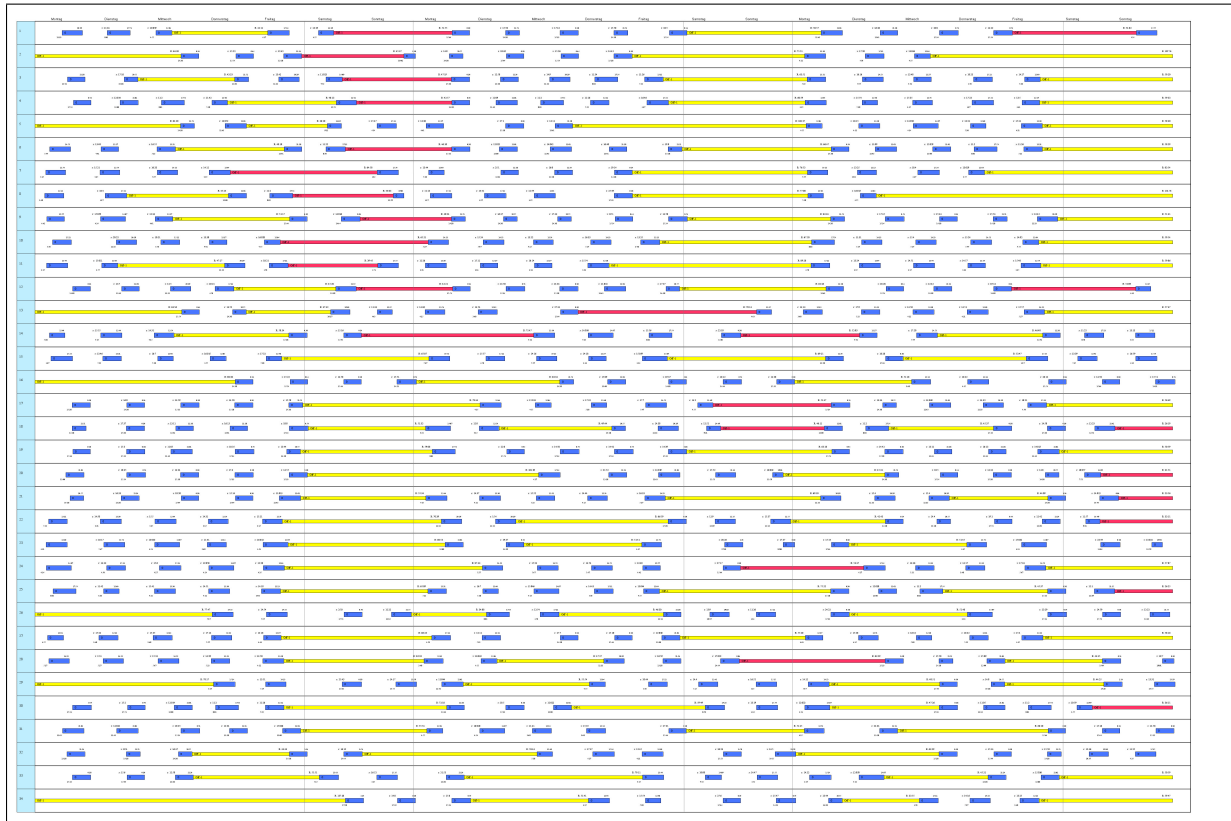


Bild 4: Dienststreifenfolgeplan bei sequentieller Planung.

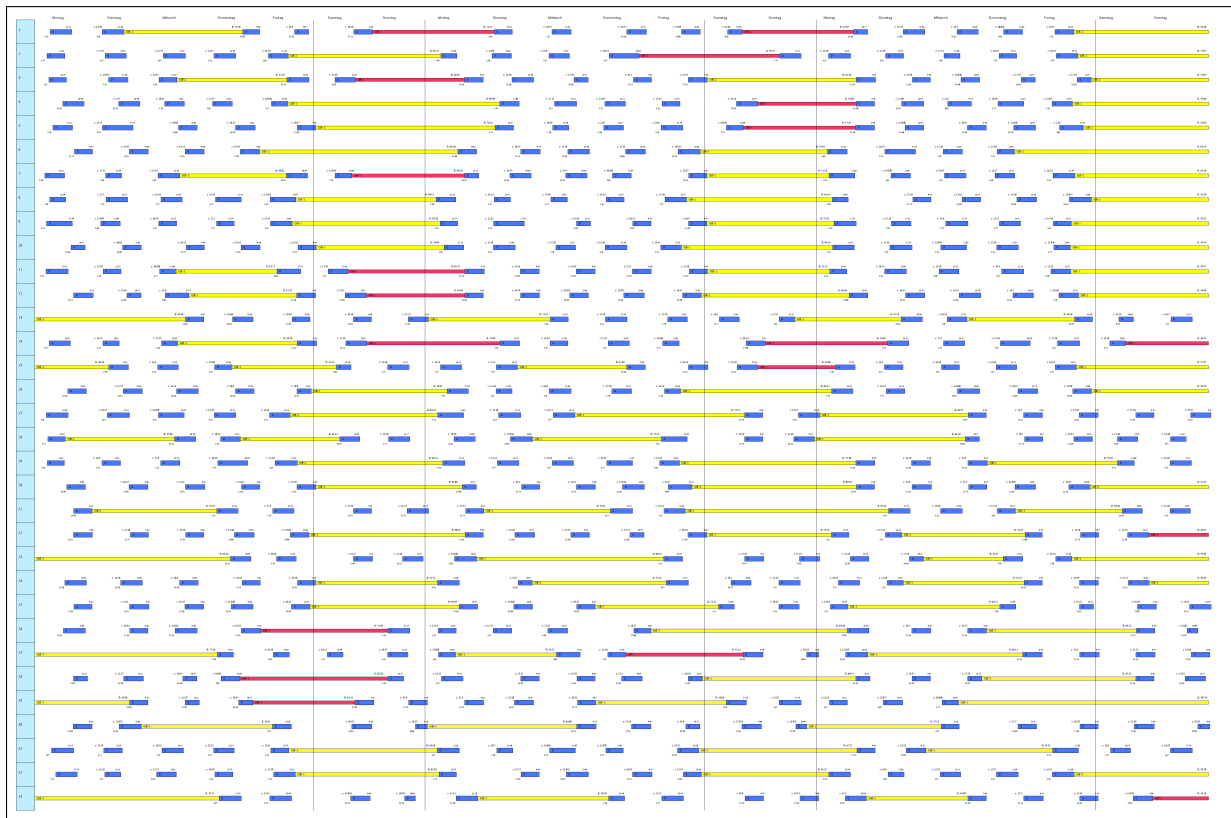


Bild 5: Dienststreifenfolgeplan bei integrierter Planung.

Literatur

- [1] Borndörfer, R.; Grötschel, M.; Jaeger, U. Planungsprobleme im öffentlichen Verkehr. In Grötschel, M.; Lucas, K.; Mehrmann, V. (Hrsg.), *PRODUKTIONSFAKTOR MATHEMATIK – Wie Mathematik Technik und Wirtschaft bewegt*, acatech DISKUTIERT, S.127–153. acatech – Deutsche Akademie der Technikwissenschaften und Springer, 2008. ZIB Report 08-20.
- [2] Borndörfer, R.; Grötschel, M.; Löbel, A. Duty scheduling in public transit. In Jäger, W.; Krebs, H.-J. (Hrsg.), *MATHEMATICS – Key Technology for the Future*, S.653–674. Springer Verlag, Berlin, 2003. ZIB Report 01-02.
- [3] Borndörfer, R.; Langenhan, A.; Löbel, A.; Schulz, C.; Weider, S. Duty scheduling templates. *Public Transport*, 2013. DOI 10.1007/s12469-013-0064-x.
- [4] Borndörfer, R.; Löbel, A.; Strubbe, U.; Völker, M. Zielorientierte Dienstplanoptimierung. In *Heureka '99: Optimierung in Verkehr und Transport*, S.171–194, Köln, 1999. Forschungsgesellschaft für Strassen- und Verkehrswesen. ZIB Preprint SC-98-41.
- [5] Bundesministerium der Justiz. Verordnung zur Durchführung des Fahrpersonalgesetzes (Fahrpersonalverordnung – FPersV). Zuletzt geändert durch Art. 3 Abs. 6 G v. 19.12.11.
- [6] Europäisches Parlament und Rat. Verordnung (EG) Nr. 561/2006 des Europäischen Parlaments und des Rates vom 15. März 2006 zur Harmonisierung bestimmter Sozialvorschriften im Straßenverkehr und zur Änderung der Verordnungen (EWG) Nr. 3821/85 und (EG) Nr. 2135/98 des Rates sowie zur Aufhebung der Verordnung (EWG) Nr. 3820/85 des Rates.
- [7] Fengler, W.; Kolonko, M. Entwicklung von Fahrplänen unter mehrfacher Zielsetzung. *Der Nahverkehr*, 11/97:45–48, 1997.
- [8] Kurpjuweit, K. BVG-Chefin Nikutta im Interview: Für eine Preiserhöhung ist es zu spät. *Der Tagesspiegel* vom 03.08.2011, 2011.
- [9] Lemaréchal, C. Lagrangian relaxation. In Jünger, M.; Naddef, D. (Hrsg.), *Computational Combinatorial Optimization*, Band 2241 von *Lecture Notes in Computer Science*, S.112–156. Springer, 2001.
- [10] Leuthardt, H. Kostenstrukturen von Stadt-, Oberland- und Reisebussen. *Der Nahverkehr*, 6:19–23, Juni 1998.
- [11] Leuthardt, H. Betriebskosten von Stadtbahnen. *Der Nahverkehr*, 10:14–17, 2000.
- [12] Mesquita, M.; Moz, M.; Paias, A.; Pato, M. A decomposition approach for the integrated vehicle-crew-roster problem with days-off pattern. *Universidade de Lisboa - Centro de Investigação Operacional - CIO - Working paper n 2/2012*, 2012.
- [13] Scholz, G. *IT-Systeme für Verkehrsunternehmen*. dpunkt, 2011.